

数学

3年A組

S.S.

## < 概要 >

大昔の人々は、生活の必要から数字を作り、それをあつかう方法をつくりあげてきた。これまでも、そして、これからも、数学は未知の世界を追求していくことだろう。日常生活の中で、直接使うことの少ない高等数学だが、それによって、現在の便利な生活ができたといえる。また、知識を得ることで、自分の世界を広げることでもできる。いろいろな可能性を秘めた数学、捨てたもんじゃない。

## < 目次 >

### 序論

### 本論

#### (第1章) 数の歴史

- (1) 羊飼いの少年
- (2) 数字の発明
- (3) そして、現在・・・

#### (第2章) 足し算引き算応用編

- (1)  $1 + 1 = 2$
- (2) 足し算でおつりの計算
- (3) 引き算で数える

#### (第3章) 数学とのつきあい方

- (1) 数学は役に立たない?
- (2) 広がる世界
- (3) 問題の解き方

### 展望

### 参考文献

### あとがき

## < 序 論 >

数学についてのレポートです。といっても、数学の問題の解き方や、公式などを、ズラズラかく気はありません。(それを期待していた人は、教科書または参考書を読みあさるか、先生のところへいってください。)後に学生たちを苦しめることになる数学は、どうやって誕生したのか!  $1 + 1$  が  $2$  にならないなんて、小  $1$  が泣くぞ! そして、なぜ数学をするのか!

では、興味のある方は、どうぞ、本論へ・・・

## < 本 論 >

### ( 第 1 章 ) 数 の 歴 史

#### ( 1 ) 羊飼いの少年

私たちは、数学が好きだろうが嫌いだろうが、日常生活の中で当たり前のように数字と接している。では、この数学の根本となる「数」がなかったら・・・

昔々のヨーロッパの話。ひとりの羊飼いの少年がいた。

この少年は、毎朝、何十頭もの羊を草原に放し、夕方にはその羊たちが小屋に戻ってくるのを番していた。

彼は、数字の読み書きはもちろん、数え方も知らなかったが、羊の数が足りない時には、すぐに気づき、羊を探しにでかけていたという。

少年は、どのようにして羊の数を確認していたのだろうか?

「数える」ということは、あまりに身近すぎて、この「数」の発明がどれほど重大なものかということとは、普段、あまり実感しない。

さて、数え方を知らない少年は、次のような方法をとった。

少年は、朝、羊が小屋から1頭出るたびに、小石を1個皮袋の中に入れていった。

そして、夕方、羊が1頭戻ってくるたびに、皮袋の小石を、1個ずつ取り出した。袋が空になったら、羊は全部無事に帰ってきたことになるが、小石が残っていたらその数だけ羊は戻っていないことになる。

「数をくらべる、確認する」というと、「数える」という方法を自然にとってしまう私には、このような方法は、全然思いつかなかった。

この話のように、「もの」（羊）と「もの」（小石）を1つずつ組み合わせて数をくらべることを、「1対1対応」という。食事の時、ハシを配るのも「1対1対応」である。全員にハシがいきたらなければ、すぐに、数が足りないことがわかる。これを利用した子供のあそびに、「いすとりゲーム」や、「フルーツバスケット」がある。

## （2）数字の発明

大昔、もちろん初めから「数字」があったわけではない。人間の生活が進歩するにつれ、数を相手に知らせたり、数を記録する必要が出てきた。

初めは、木の棒や、動物の骨にきざみ目をつけたりして、数を記録していた。しかし、やがてもっと進歩した、数字が発明された。

普段、私たちが使っている算用数字は、インド人によって発明された。それが8世紀頃アラビアへ伝えられ、12世紀頃、ヨーロッパへ伝えられた。その過程で、少しずつ形を変え、活版印刷の技術が広まった、15世紀になってから、いまとほぼ同じ形（1, 2, 3, 4, 5・・・）になった。

「0」を発明したのも、インド人だ。この「0」によって、「位取り記数法」が使えるようになる。これは0から9までの10個の数字を使い、数字の並ぶ位置によって位を表す方法で、たとえば、「204」の場合、十の位には、数がないことを示すのに、「0」を使っている。このような0を「空位の0」という。0には、このほかにも、「ミカンが0個」のように、数が何も無いことを示す「無の0」、温度計やものさしにあるような、何かをはかるときの基準となる、「基準の0」がある。

晶文社の「数の悪魔」では、0の発明者は、二番目にえらい人となっている。では、一番えらいひとは・・・そう、1を発明した人なのだ。いまでこそ、数を数えることは当たり前に使われているが、その昔、何も無いところから「数」というものを思い描くのは、とても大変なことだった。

## （3）そして、現在・・・

近頃、「数学本」がブームだという。これについて、ある新聞記事では、次のように述べている。

「数学本が読まれる理由として、IT（情報技術）社会の到来を挙げる意見もあるが、来春から小中学校で始まる新指導要領による学習内容減少への不安の方が大きな

要因になっているようだ。これ以上の算数・数学離れを危くする意識が、読者と著者の 両  
サイドに生じていることも見逃せない。浮上した数学本の対極には、傾く技術立国へ の憂  
国の思いが重く乗っている。」

(産経新聞 朝刊 H13, 12, 9)

現在での数学は、「成績」をあげるためだけのものなのだろうか。いや、そうではな  
い。このような記事も見つけた。

「高等数学のほとんどは、我々の日常生活になんの役にも立たない。何の役にも立ち  
そうにないものを、しかし数学者たちは解こうとする。現実社会において、無駄なもの、  
意味のないものを尊び、取り組もうとする美がそこにある。しかし、そうした無駄なも の  
が、実は人類をここまで進歩させたのだ。」

(産経新聞 朝刊 H13, 11, 13)

今あるものに満足をしなかった人々によって、現在の便利な生活が築き上げられた  
といえる。これからも、そうであってほしい。

## (第2章) 足し算引き算応用編

(1)  $1 + 1 = 2$

$1 + 1$  は2にならない場合、それはいろいろある。たとえば、1つの粘土と1つの  
粘土を合わせたら、(量は増えるが) 1つの粘土になる。

また、1と1が足せない場合もある。1本のにんじんと、1匹の猫を足せるだろ  
うか? 1本のにんじんは「1」、1匹の猫も「1」とあらわせるが、それらを足した 場  
合、単位がつけられない。つまり、この場合の答えは「足せない」あるいは、「1 本  
のにんじんと1匹の猫を足すと、1本のにんじんと1匹の猫になる」。

小学1年生で学ぶ足し算も、以外と奥が深いのだ。

(2) 足し算でおつりを計算する

私たちは、日常生活の中で、何気なく「数」を使っている。たとえば、買い物をする  
とき。しかし、こういう場面で、日本と外国の考え方の違いが、表れることがある。

日本で買い物をして、おつりがあるときは、ふつう、引き算で計算する。たとえば、  
87ドルの品を買って100ドルを払った場合、

$100 - 87 = 13$  となる。

しかし、外国で買い物をした場合、次のような考えかたをする場合がある。

・買った品物が87ドル。それに、3ドルたして、90ドル。

・その90ドルに10ドルたして、100ドル。

・これで、お客さんが出したお金の相当するので品物とお金(おつり)が、お客さんのものになる。

つまり、足し算を使って考えるのだ。

1つの答えにたどりつくまでには、いろいろな考え方がある。この、おつりの計算にしても、どちらの方法が正しいか、言い切ることはできない。どちらも正しい。

### (3) 引き算で数える

まずは、次の問題を解いていただきたい。

ある殿様が、家来たちを呼びだし、近くの山を指さして言った。

「あの山に生えている木の数をかぞえてこい。」

さあ、困ったのは家来たち。

「また面倒なことを・・・」

と思ったが、しぶしぶ山にはいり、「1, 2, 3, 4・・・」と、木の数を、数え始めた。しばらくして、家来たちは数え終わり、それぞれの結果を報告してきた。しかし、

「私が数えたところ、623本でした。」

「私が数えたら、325本だったが・・・」

「いやいや、718本だ。」

と、答えがバラバラ。そのとき、1人の家来が進みでて、

「私にお任せください。正確に数えて見せます。」

といった。その結果、その家来は、見事、正確な木の数を数えることができたのだが・・・いったいその家来はどのような方法を使ったのだろうか。

大きい数を数えるとき、10のかたまりを作って数えるのは、よく行われる方法である。しかし、10のかたまりをつくらうとしても、山に生えている木では、どうしようもない。では、どうすればよいか。この家来は、次のような方法をとった。

家来は、まず部下に1000本のなわを用意させた。そして、そのなわを、

山の木、1本1本に結びつけさせた。しばらくして、部下たちは作業を終え、残りのなわをもってきた。

「報告します。用意した1000本のなわの残りが、183本ですので、  
 $1000 - 183 = 817$   
山の木の数は、817本とわかりました。」

この家来は、なわを結びつけるという工夫をした。木の1本を数えやすいなわの1本におきかえたのだ。また、なわが結んであると、二重、三重に数えることを防止できる。用意したなわの数がわかっているのだから、答えは引き算ででてくる。数えるという足し算の考え方を、発想をかえて引き算で答えを出したのだ。

発想の転換をすることはとても重要なことである。何か困ったことが起こったとき、少し違う方向から考えると、意外と簡単に答えが見つかることがある。

### (第3章) 数学とのつきあい方

#### (1) 数学は、役に立たない?

紀元前300年頃のギリシャの数学者、ユークリッドは、ある日、幾何学の難しさにねをあげた学生に、「こんなことをして、何の得になるのですか?」と、たずねられた。ユークリッドはこれを聞き、「この学生にお金をおやり、何か得にならないと勉強しないらしいから。」と言って、その学生を学校から追い出してしまったという。

そのころは、真理の追求が学問の目的で、それで何かの役に立てようというものではなかったのだ。

日常生活の中である程度数学と接しているとはいえ使わないものも多い。勉強以外で関数や を使ったことなんてほとんどない。数学者の森毅さんは、次のように言っている。

「そんなことをして何の役にたつかわれるとちょっとつらいのです。たしかにテストでは数学ができるほうが得です。これは現実にはしょうがないのです。でも、数学ができないと本当に困るかどうか僕はあやしいと思うのです。」

・・・数学者の人でも「役に立つ」とは言い切らない。しかし、役に立たないものが、この世に存在してはいけないと誰が決めたのだろうか? それなら、ゲームだって、漫画だって、音楽だってなくても生きていける。

これに対して、ある人はいった。

「いえいえ、そんなことはありません。ゲーム、漫画、音楽は、私の心のオアシスなのです。」

私もそう思う。ゲームだって、漫画だって、音楽だって、スポーツだって、映画だって、あったほうがいい。それによって、友達と楽しんだり、息抜きしたり、感動したり、色々経験できるのだ。なくても生きていけるものが世の中からなくなってしまうたら、きっと、おそろしくつまらないものになってしまうだろう。

生きていくのに必要じゃないかもしれないけれど、そういうことで、知識が増えたり、心が豊かになったり、楽しい思い出を作ったりすることは、人々の生活にとって、とても大切なことだ。だから、数学も、そういうもののうちの1つだと考えてみてはどうだろうか。まあ、そう考えたとしても、数学が好きになるかどうかは、人それぞれだと思うが。

## (2) 広がる世界

ここで、再び森さんのことばを紹介する。

「算数や数学を好きになるかどうかは別として、まあ、こういう楽しみもあったほうが広がりがあると思うのです。なんの役にたつかというと、なんだって役にたちませんよ。『源氏物語』を読めと言ったって、ルネサンスの歴史と言ったって、生きていくのに関係がありません。そんなことを言ったら、学校でやることは何もなくなります。役にたつかたたんかということをやつにして、それで自分の世界を広げていく。そのうちの一つとして、“数学”も捨てたものじゃない、と思えたら、結果的に得意になったりするのではないのでしょうか。そのあげくに入試がよければ、これは副産物としてええやないか。そういう気持ちのほうが数学とのつきあい方としてもええんやないかと僕は思うのです。」

「自分の世界を広げる。」それは、人によって、文学であったり、美術であったり、歴史であったり、音楽であったり、数学であったり。詩であったり、漫画であったり、楽器であったり。本当に人それぞれだ。

私は、小学生の頃、「 $3 - 5$ 」は、「できない」と教わった。しかし、中学校では、「 $3 - 5$ 」の答えは、「 $-2$ 」。ちゃんと答えがあるのだ。また、中学校では、「二乗したらマイナスになる数」は、「存在しない」が答えになっているが、本当は存在するのだ。高校で教わるらしいが、それは、「虚数」といい、座標上にかけない点のことである。

実数

虚数



座標上にある点

座標上にない点

知識を得ることで、無いと思っていた答えに出会う。そして、知識を得れば得るほど、知らないことも増えてくる。疑問も増えてくる。つまり、「自分の世界を広げる」ことができるのだ。

### (3) 問題の解き方

数学も、人間の生き方も、問題の解き方は、同じだ。

数学の文章題を解くとき、まず、何を聞かれているのか、何が問題なのかを、見極めることが大切である。そして、用意されている条件の中で、いかに答えを導き出すか考え、実行に移す。

人の生き方も、そういうものである。今自分がすべきことは何かを考え、問題を分析し、構想を練って、状況によってはやり方を変えなければならない。公式を覚えていたって、数字が違えば答えも変わる。

また、その答えにたどり着くまでの道は、何本もある。ある道は遠回り、ある道は近道。見落としてしまう道もあるかもしれない。その結果、たどり着いた答えが複数であったり、「解なし」となったりすることもある。それ以前に、「何が問題なのか」が分からないことも、あるだろう。また、公式やら習った解き方やらをいろいろ試してみると、自然に答えにたどり着いたときや、他人からアドバイスを受け、それで道が開ける場合もある。

「数学」というものを発明したから、人は、その問題と向き合うことになった。しかし、その問題を解いていくにつれ、数学は、より高度で、奥の深いものになっていった。

人も、生きてると、いろいろな問題と遭遇する。その問題を解決し、時には間違えたりもする。しかし、それで、問題を解く力がついてくるのだ。

もしかしたら、人がこんな生き方をしているから、数学の考え方もこのようになったのかもしれない。

#### <展望>

このレポートを、見直してみる。

- ・ 文章について。

「例」として、文献で調べたものを、多く使っているように感じる。

- ・ 内容について。

「数学」についてだから、「アキレスと亀」などの「パラドックス」についても述べようかなあと思ったけれど、その代わりに「足し算引き算応用編」をいれた。

<参考文献>

- ・ 学研版 算数おもしろ大事典  
発行人：星野 雅良  
発行所：株式会社学習研究社

・算数のできるこどもを育てる（講談社現代新書 1522）

著者：木幡 寛

・普及版 数の悪魔 算数・数学が楽しくなる12夜

著者：ハンス・マグヌス・エンツェンスベルガー

発行者：株式会社晶文社

・現代数学対話（岩波新書〔青版〕643）

著者：遠山 啓

発行所：株式会社岩波書店

・数学と人間の風景

著者：森 毅

発行：日本放送出版協会

<あとがき>

キーボードでこれだけたくさん打ったのは初めてだった。だから、肩はこるし目は疲れるし。ちゃんと計画立てて、ちょっとずつでも打っていけば良かったなと思う。

さてさて、数学についてのレポートだが、このテーマとの出会いは6月、本屋の新書コーナーででした。「考えるレポート、なににしようかな・・・」と思いながら、何冊か

ぱらぱらと見て、講談社の「算数のできるこどもを育てる」に決めたのです。

パラドックスとかは好きだし、簡単にかけるかなと思っていたのに、これが意外と難しい。調べ始めると、資料が多くて、いろいろな意見がある。数学って奥が深いんだなあと、改めて思った。